Задача прогнозирования реальных временных рядов в экологии, гидрологии, гидробиологии являеется одной из приоритетных.  
Особый интерес представляют временные ряды с регулярными периодическими компонентами.  
Возникает необходимость создания моделей, адекватно описывающих все процессы в соответствующих областях.

Постановка задачи

* обзор распространенных моделей и методов прогнозирования   временных рядов с регулярными периодическими компонентами.
* предварительный статистический анализ данных о температурном режиме озера Баторино (Беларусь).
* анализ и моделирование периодической компоненты реального временного ряда (тренд, ARIMA, сезонная компонента,  гармонический анализ, спектральный анализ).
* прогнозирование значений временного ряда на основе построенных моделей. Оценка точности полученных прогнозов.
* Получили данные.
* Температура воды на глубине 3 м озера Баторино.
* На графике средняя за месяц температура с мая по октябрь 1979 – 2012 гг.
* Размер выборки — 198 элементов. Последний год не рассмотрели для построения прогноза.
* График демонстрирует две особенности:
* присутствие линейного тренда.
* наличие сезонной компоненты с периодом 6
* Проверили выборку на нормальное расперделение.
* Вычислили описательные статистики  
    
  Выборка однородна. Левосторонняя небольшая асимметрия. Незначительный отрицательный эксцесс.
* Для проверки нормальности распределения стандартно использовали критерии:
* Хи-квадрат
* Колмогорова-Смирнова
* Лиллифорс
* Шапиро-Уилка
* Провели спектральный анализ. Выявили наличие регулярной периодической компоненты.
* Вычислили корреляционную функцию рисунок 3. Наш дискретных случай схож с непрерывным случаем для гармонического процесса.
* Плавно затухающий график нормированной ковариационной функции на рисунке 3 характеризует ряд: наличие тренда и сезонности
* Подтвердили наличие регулярной периодической компоненты.  
  На рисунке 5 изображен график спектральной плотности. Наблюдается одно пиковое значение (≈1449.5). Полученная спектральная плотность и спектральная плотность гармонического процесса имеют схожий вид.
* Нашли период равный 6.  
  На рисунке с периодограммой: узкий высокий пик свидетельствует о наличии регулярного цикла. Значительно превосходит другие величина (≈ 3227) с периодом 6. График служит подтверждению того, что в ряду наблюдается тренд с периодом 6.
* Аддитивная модель.   
  Расширенный тест Дики – Фуллера покзал: с уровнем значимости 0.01, ошибку e(t) можно считать стационарной. Поэтому выбрали аддитивную модель: сумма периодического тренда и ошибки.
* Провели гармонический анализ для выделения периодического тренда.
* Для гармонического анализа выборки использовали 198 значений. Две основные гармоники с наибольшей дисперсией вошли в модель тернда.
* Добавили гармоники с меньшей дисперсией, это внесло лишнию погрешность в модель.  
  Построили хороший прогноз на следющий год.
* ARIMA дал большую точность для построенного прогноза, как видно по рисункам и оценкам ошибок. Этому способствовало большая сложность модели и её применение для прогноза на короткий интервал времени.
* Построили две аддитивные модели.
* Показали влидность моделей по построенному прогнозу, полученым ошибкам.
* Сравнили модели и выявили, что лучше испльзовать ARIMA для краткосрочного прогноза.  
  Гармоничский анализ использовали для прогнозов на долгий период.